

WEIGHTED DISTRIBUTIONS, RERANKING,
AND A NEW SOURCE OF (CLASSICAL) HORIZONTAL INEQUITY

FELICE RUSSO

pubblicazione internet realizzata con contributo della



Weighted Distributions, Reranking, and a New Source of (Classical) Horizontal Inequity

Felice Russo*

Versione agosto 2006

Sommario

Il lavoro si concentra sull'analisi dell'effetto redistributivo *puro*, l'approccio del *no reranking*, e l'individuazione di una possibile fonte di (classica) iniquità orizzontale. Si mostrerà come la volontà e/o la necessità dell'analista di lavorare con diversi schemi di pesi da assegnare alle osservazioni reddituali implichi che la procedura correntemente utilizzata a fini di eliminazione della presenza dell'effetto di riordinamento possa, contemporaneamente, produrre *nuova* (classica) iniquità orizzontale e, inoltre, rendere problematica l'implementazione empirica delle curve di Lorenz. Risulta possibile però adottare una metodologia che permette di definire comparazioni tra curve di Lorenz corrette. Questa metodologia è applicata per l'analisi degli effetti redistributivi puri causati dall'incidenza dell'IRPEF nel periodo 1995-2000.

Key words: horizontal inequity, vertical equity, welfare

* Facoltà di Economia "Antonio de Viti de Marco", Università degli Studi di Lecce. Desidero ringraziare Peter J. Lambert per alcuni utili commenti. Ogni errore ivi contenuto rimane ovviamente responsabilità dell'autore.
E-mail: f.russo@economia.unile.it

1. INTRODUZIONE

La recente letteratura ha messo in evidenza come l'utilizzo di diverse unità di analisi siano da collegare a diversi principi normativi per lo studio dell'incidenza del processo impositivo e la conseguente valutazione del benessere associato alla distribuzione dei redditi al netto dell'imposta. Emerge, in sintesi, che una analisi degli effetti redistributivi utile a fini prescrittivi è strettamente connessa al corretto uso di differenti sistemi di pesi, analisi in cui l'unità familiare non è facilmente giustificabile come possibile scelta dell'unità.

Al riguardo, il presente lavoro si concentra sull'analisi dell'effetto redistributivo *puro*, l'approccio cosiddetto del *no reranking*, e l'individuazione di una possibile fonte di (classica) iniquità orizzontale - (c)HI - dovuta alla volontà e/o la necessità dell'analista di lavorare con diversi schemi di pesi da assegnare alle osservazioni reddituali (ad esempio, in base ad una unità di analisi definita dall'individuo o dall'adulto equivalente).

Se l'obiettivo del ricercatore è lo studio del grado di progressività puro definito dall'incidenza dell'imposizione personale sulla distribuzione primaria dei redditi, il fine primo deve essere isolare l'effetto di equità verticale puro dagli effetti di reranking e (c)HI e, quindi, annullare l'effetto di iniquità orizzontale che usualmente è un portato del processo impositivo. La letteratura indica che si realizza l'identificazione di tale effetto di progressività costruendo una funzione tra pre e post-tax living standard *controfattuale*, che sia HI-free, e che quindi restituisca esclusivamente l'effetto di equità verticale puro.

In corrispondenza con la presenza di (c)HI o di reranking, due procedure alternative sono state proposte al fine di derivare tali relazioni HI-free. Concentrandosi sulla seconda causa di iniquità orizzontale, equità verticale è la scelta sociale della distribuzione dei redditi al netto dell'imposta, data una distribuzione lorda realizzata.

Nel presente lavoro si mostra come, eccetto due casi, la procedura correntemente utilizzata a fini di eliminazione della presenza dell'effetto di riordinamento produca contemporaneamente *nuova* (c)HI.

E' possibile mostrare che ciò non accadrà se:

- i)* l'unità di analisi è il nucleo di convivenza (household) e il ricercatore già dispone di un campione rappresentativo (ad esempio, senza necessità di ricorrere ai pesi campionari), oppure se
- ii)* non c'è nessun effetto di reranking tramite il processo impositivo.

Altrimenti, l'applicazione della procedura definita dall'approccio del no reranking si accompagnerà con la creazione di nuova (c)HI.

Tale procedura rende proibitiva, inoltre, l'implementazione empirica di alcuni strumenti che sono abitualmente utilizzati nell'analisi teorica e empirica delle distribuzioni dei redditi, in particolare le curve di Lorenz (generalizzate e non, *relative* o *absolute*) e gli indici di disuguaglianza fondati sulle curve sopraccitate.

E' possibile però adottare una metodologia che permette di definire comparazioni tra curve di Lorenz valide: essa preserva l'andamento della cumulata dei redditi successiva alla applicazione del metodo che elimina l'effetto di riordinamento - continuando quindi a salvaguardare il database dalla presenza di reranking - e, infine, fornisce un unico sistema di pesi in dipendenza dei fini del ricercatore, permettendo così anche la successiva fase dell'inferenza statistica.

Il piano del lavoro è quanto segue. Il successivo paragrafo è composto da alcune necessarie definizioni e da una presentazione della letteratura rilevante. Segue il 3° paragrafo, dove, insieme ad un semplice esempio numerico che permette di far emergere nitidamente il problema, sono illustrati i limiti di natura sostanziale che,

- data la necessità di procedere all'utilizzo dei pesi campionari per poter disporre di un campione rappresentativo e/o
- data la volontà del ricercatore di lavorare con diversi schemi di pesi da assegnare alle osservazioni reddituali,

individuano i contesti dove nuova (c)HI viene prodotta e i confronti tra curve di Lorenz risultano problematici.

Le circostanze dove questi limiti possono essere, nel caso, affrontati e risolti sono discussi nel 4° paragrafo dove, al fine di definire pure e corrette comparazioni tra i livelli di redistribuzione determinati, ad esempio, da due regimi fiscali, si presenta una procedura adatta a implementare una corretta metodologia d'analisi delle curve di Lorenz, in particolare ai fini di una chiara evidenza dei risultati redistributivi. Inoltre chiarisce, anche grazie ad esempi numerici, la metodologia, riportando i passaggi rilevanti della procedura risoltrice qui adottata. Il 5° paragrafo presenta e analizza i risultati dell'applicazione di tale procedura per l'analisi empirica - e normativa - degli effetti redistributivi puri causati dall'incidenza dell'IRPEF nel periodo che va dal 1995 al 2000 e, infine, si conclude con alcune possibili estensioni del lavoro.¹

¹ - Il software adoperato in questo lavoro per il trattamento preliminare dei dati, l'implementazione delle diverse metodologie empiriche e la veste grafica dei risultati è MATLAB, versione 6.5.

2. ALCUNE DEFINIZIONI E LA LETTERATURA RILEVANTE

C'è una larga convergenza di pareri sul fatto che un'aliquota media di imposta crescente al crescere del reddito lordo sia la condizione che permette di definire una imposta come progressiva.²

Se $T(x)$ indica una funzione d'imposta, e quindi il carico fiscale complessivo su un reddito (individuale) lordo x , $T(x)$ è una imposta progressiva se, e solo se, $T(x)/x$ cresce al crescere del reddito. Se $T(x)$ è una funzione differenziabile con continuità, il criterio di progressività (debole) può esprimersi in questa forma:

$$d [T(x)/x] / dx \geq 0 \quad \forall x \Leftrightarrow T'(x) \geq T(x)/x \quad \forall x > 0.$$

dove $T'(x)$ indica la variazione infinitesimale dell'imposta relativa ad un incremento infinitesimale dell'imponibile.³

Qui l'imposta è funzione solo dei redditi (la diseguaglianza non stretta permette di considerare il caso di *no-tax-area* al di sotto di una soglia e/o di imposta proporzionale), mentre un tipico sistema impositivo è funzione anche di altre caratteristiche. In seguito si vedrà come valutare questi attributi nel caso siano rilevanti.

Le curve di Lorenz e le curve di Concentrazione forniscono un utile strumento al fine di visualizzare agevolmente le distribuzioni oggetto di studio.

Si assuma che i redditi siano distribuiti con continuità lungo un intervallo $[0, z]$, sia $F:[0,z] \rightarrow [0,1]$ la funzione che caratterizza la distribuzione dei redditi lordi (dove $F(x)$ è la proporzione della popolazione con reddito minore od uguale ad x), sia $f(x)$ la funzione di densità delle frequenze associata anch'essa definita sullo stesso intervallo e supposta strettamente positiva tra il più basso livello di reddito rilevato $x_{min} \geq 0$ e il più alto livello di reddito $x_{max} \leq z$ (z è qualsiasi livello di reddito in eccesso rispetto al più alto reddito rilevato) e, infine, sia n la dimensione della popolazione, il numero delle osservazioni.

Per ogni $p \in [0,1]$ esiste un solo livello di reddito y con posizione p , identificato tramite l'applicazione $p = F(y)$.

Quando il reddito lordo medio, il prelievo fiscale medio e il reddito netto medio sono, rispettivamente,

² - Fino ad avviso contrario, per reddito si intende reddito monetario.

³ - Si suppone che valga la condizione $0 \leq T'(x) < 1 \quad \forall x$ (*incentive preservation principle*); essa, tra l'altro, implica che $0 \leq T(x) < x \quad \forall x$ e risulta equivalente alla richiesta che il reddito netto, $N(x) = x - T(x)$, sia una funzione monotona crescente in x .

$$\mu_X = \int_0^z x f(x) dx, \quad \mu_T = \int_0^z T(x) f(x) dx, \quad \text{and} \quad \mu_N = \int_0^z N(x) f(x) dx,$$

$$\text{il total tax ratio è } \frac{\mu_T}{\mu_X} = t.$$

Per illustrare l'ordinamento di Lorenz, si consideri ora una funzione $L : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ che definisce le funzioni di Lorenz per i redditi lordi e di Concentrazione per i redditi netti e il carico fiscale.

Il grafico della funzione L , per una data distribuzione dei redditi, è la curva di Lorenz convenzionale.

Siano, con ovvia notazione, $L_X(p)$, $L_N(p)$ e $L_T(p)$ - sinteticamente L_X , L_N e L_T :

$$L_X(p) = (1 / \mu_X) \int_0^y x f(x) dx, \quad [1]$$

$$L_N(p) = \{1 / [\mu_X(1 - t)]\} \int_0^y N(x) f(x) dx \quad \text{e} \quad [2]$$

$$L_T(p) = [1 / (\mu_X t)] \int_0^y T(x) f(x) dx, \quad \text{con } p = F(y). \quad [3]$$

Ai fini di una valutazione comparativa la curva di Lorenz più vicina alla bisettrice rappresenta una distribuzione meno diseguale.

Introdotte queste definizioni, ci si interessa ora ad uno degli elementi maggiormente caratterizzanti lo studio del prelievo tributario sui redditi personali: l'analisi dell'imposta come meccanismo di correzione della suddivisione delle risorse risultante dall'operare del sistema di mercato. A tal fine, due sono considerati i nodi critici preliminari: definizione del reddito e dell'unità di analisi.

Nei confronti del primo, per ottenere risultati in termini di efficacia redistributiva che abbiano un senso economico per una popolazione socialmente eterogenea, è da molti giudicato utile servirsi di redditi convertiti in forma *equivalente*, per le distribuzioni pre e post-tax, per ogni periodo in esame.⁴

E' ben noto che non è possibile stabilire un oggettivo concetto di scala di equivalenza: per avere un criterio di ordinamento adatto a comparazioni di benessere in presenza di eterogeneità nelle caratteristiche demografiche della popolazione, due sono gli approcci

⁴ - Il nucleo familiare è stato spesso considerato l'unità decisionale rilevante sia per quanto riguarda l'offerta di lavoro che la spesa per consumi e le ragioni principali di questa scelta ricadono sulla difficoltà di assegnare la titolarità di alcune tipologie di redditi ai singoli componenti la famiglia; l'utilizzo come unità di analisi del nucleo familiare non è immune da critica, ad esempio il numero di componenti può non essere ritenuto indipendente da scelte connesse con il reddito monetario disponibile dopo il processo redistributivo .

principali, scale di equivalenza basate sull'analisi econometrica (per una introduzione, si veda Cowell-Prats, 1999) o scale di equivalenza parametriche.⁵

Ad esempio, con l'adozione di una scala di equivalenza parametrica *relativa*, dopo aver ricostruito i sub-totali dei redditi familiari, li si scala tramite l'applicazione di un deflatore, m_h , in base alla diversa numerosità e composizione del nucleo familiare h (per $h = 1, \dots, n$).⁶

Una volta ottenuto il reddito equivalente, il secondo nodo riflette la domanda: A quale tipologia di unità imputare tale reddito?

L'utilizzo di una scala d'equivalenza al fine di tenere in considerazione la diversa dimensione e composizione del nucleo di appartenenza non implica che non si possano utilizzare altre unità di riferimento che non siano la famiglia, in altre parole non implica che il peso da attribuire ai redditi familiari in forma equivalente debba essere uguale a 1.

In un contributo di Cowell (1984), uno schema in cui alcune possibili combinazioni tra definizione di reddito e unità di analisi è presentato; quel che rileva è che, una volta definito il reddito (familiare monetario, procapite monetario, equivalente, ecc.), emerge la possibilità per l'analista di confrontare a fini descrittivi - ad esempio, in termini di disuguaglianza relativa - le diverse distribuzioni a disposizione tramite l'utilizzo di differenti pesi.

Differenti comparazioni, e diversi ranking (ad esempio, grazie a misure - numeri indici - in grado di fornire un ordinamento globale e completo), potranno quindi essere il risultato della scelta del ricercatore: il nucleo familiare, l'individuo e l'adulto equivalente sono le tipiche caratterizzazioni delle possibili unità di analisi.

Si apre inoltre la strada per la *sensitivity analysis*: ricercatori interessati alla robustezza del giudizio rispetto ai risultati di misure riassuntive del grado di disuguaglianza - o di povertà - possono combinare differenti scale di equivalenza (o impiegare differenti valori dei parametri per le scale di equivalenza parametriche) e varie popolazioni.

Ancor più rilevante, in particolare ai fini del presente lavoro, è l'analisi sviluppata a partire dall'ultimo scorcio del millennio appena trascorso sulla valenza prescrittiva nell'utilizzo degli *income recipient*.

⁵ - Cfr., tra gli altri, Atkinson *et al.* (1995), Cutler e Katz (1992), Buhmann *et al.* (1988). Opinione condivisa è quella di considerare come fondamentali almeno due parametri: economie di scala interne all'*household* e differente peso per diverse tipologie dei componenti il nucleo familiare. Le economie dimensionali sono motivate dalla presenza di costi familiari fissi (ad es., arredamento, canone di locazione) e da costi marginali decrescenti per componente addizionale - il reddito indispensabile per l'ottenimento di un preciso livello di welfare varia meno che proporzionalmente rispetto alla variazione del numero dei componenti il nucleo familiare. Per una metodologia alternativa all'uso delle scale di equivalenza in presenza di eterogeneità, cfr. Atkinson-Bourguignon, 1987.

⁶ - Cfr. Ebert-Lambert (2004) per la distinzione tra scale di equivalenza parametriche *relative* e *assolute*.

Le alternative del numero degli individui o degli adulti equivalenti (normalizzati per i relativi aggregati) possono, come detto, rivelare esiti diversi dai risultati in base alla scelta della famiglia e, soprattutto, definire con maggiore precisione il principio normativo che si preferisce e si intende rispettare (cfr Shorrocks, 1995; Ebert, 1997).

La letteratura empirica più recente ha quindi cominciato a escludere il nucleo di convivenza come possibile unità di riferimento o, al più, impiegarlo a fini semplicemente comparativi: corrette analisi prescrittive necessitano l'impiego di diverse unità di analisi, utili alla definizione di differenti sistemi di pesi con i quali ponderare i redditi (equivalenti) della popolazione osservata.⁷

Analisti, o policy-maker, interessati a giudizi normativi coerenti con l'evidenza empirica delle curve di Lorenz e al rispetto del principio normativo detto *Pareto indifference principle* (cfr. Decoster-Ooghe, *ibid.*; in Shorrocks, 1995, esso viene definito *Compensation principle*) sono indifferenti alla scelta tra due distribuzioni con eguali livelli di benessere per tutti gli individui, *indipendentemente* dalle relative famiglie di appartenenza: per loro è possibile dimostrare che la popolazione di riferimento deve essere una popolazione di individui (cfr. Shorrocks, 1995).

D'altra parte, coloro che guardassero al rispetto del principio dei trasferimenti *between-type* Pigou-Dalton (in presenza di eterogeneità nella popolazione osservata, il corrispondente del noto principio dei trasferimenti Pigou-Dalton) sono necessariamente portati all'impiego dell'adulto equivalente nella definizione della popolazione.

Ebert (1997, 1999) dimostra come, per analisi distributive interessate allo studio della disegualianza, il modo ottimale sia costruire un individuo *standard* e, quindi, una popolazione artificiale di unità reddituali, sostituendo il nucleo di convivenza h con un insieme di m_h adulti equivalenti (cfr. inoltre Blackorby–Donaldson, 1993; Ebert–Moyes, 2003).

2.1 EQUITA' VERTICALE PURA E INIQUITA' ORIZZONTALE

Se per la definizione degli obiettivi redistributivi puri (altresì, obiettivi di equità verticale) il fine rimane quello di evitare una tassazione dei redditi equivalenti *horizontally inequitable*⁸, attraverso l'uso di questo individuo virtuale la letteratura ha

⁷ - Cfr., tra gli altri, Decoster-Ooghe (2003), Creedy-Sleeman (2005).

⁸ - In relazione alle forme di imposizione fiscale, gli obiettivi per l'operatore pubblico possono essere usualmente formulati nel rispetto di tre criteri:

- principio di *(classica) equità orizzontale* - (c)HI: individui con la stessa capacità contributiva (il reddito, se si accetta che il reddito sia una corretta approssimazione della capacità contributiva) dovrebbero essere

mostrato quale dovrebbe essere la corretta procedura con cui un sistema d'imposizione fiscale eleva una imposta sui redditi con una popolazione socialmente eterogenea.

Nel caso di popolazione *omogenea*, problemi di *horizontal inequity* (HI) sopravvivono quando l'azione di un sistema fiscale sui redditi personali *non* è riassunta da una funzione $T(x)$, x reddito monetario, dove $0 \leq T'(x) < 1$, $0 \leq T(x) < x$, $\forall x$.

Con popolazione *eterogenea*, tramite una scala di equivalenza da un livello di analisi almeno bidimensionale si torna a poter considerare esclusivamente reddito.

Con eterogeneità, si dimostra che non rileverà un problema di HI se un sistema d'imposta $T(\cdot)$ è, x reddito familiare monetario:⁹

$$i) T(x, h) = m_h \left[\tau \left(\frac{x}{m_h} \right) \right] \quad \forall h, \quad [4]$$

dove τ , funzione del reddito equivalente $\left(\frac{x}{m_h} \right)$, riflette il modo con cui la società sceglie di tassare gli ineguali (effetto di equità verticale puro) e m_h è il deflatore, corrispondente al numero degli adulti equivalenti (la funzione τ agisce quindi sui livelli di benessere colpendo il reddito equivalente di un adulto *standard*), oppure

$$ii) T(x, h) = \tau(x - a_h) \quad \forall h, \quad [5]$$

dove a_h è una deduzione, in accordo ad una (costante) scala *assoluta*, e τ è una funzione d'imposta del reddito equivalente $(x - a_h)$.¹⁰

Una tipica imposta sul reddito personale può molto facilmente manifestare, al contrario, problemi di HI.

tassati nella stessa identica misura. Si tratta di un norma etica ritenuta adatta a perseguire un'idea di giustizia caratterizzata dalla eguaglianza di trattamento di agenti "eguali" negli aspetti economicamente rilevanti ("perhaps the most widely accepted principle of equity of taxation", Musgrave, 1959, p. 160);

- *no reranking principle*: un sistema fiscale non dovrebbe dare ruolo a effetti di riordinamento (in seguito all'imposta individui che si trovano in una determinata posizione lungo la scala crescente della distribuzione dei redditi lordi, in quella netta ricoprono un'altra posizione). Al contrario, individui con maggior reddito nella distribuzione dei redditi pre-tax devono (*no reranking*) continuare ad avere maggiore reddito anche dopo le imposte;

- principio di *equità verticale*: individui in circostanze diverse dovrebbero essere tassati in misura diseguale. Si configura un ventaglio di criteri distributivi, basati sui differenziati giudizi di valore ritenuti idonei al fine di tenere in considerazione i relativi meriti e bisogni individuali (ad es. il grado di avversione della società nei confronti della disuguaglianza).

⁹ - Cfr., tra gli altri, Ebert-Moyes, 2000; Ebert-Lambert, 2004.

¹⁰ - Si noti che, rispettivamente, deve essere $0 \leq \tau' \left(\frac{x}{m_h} \right) < 1$, $\forall \left(\frac{x}{m_h} \right)$ e $0 \leq \tau'(x - a_h) < 1$, $\forall (x - a_h)$.

La netta maggioranza dei sistemi di imposizione fiscali sul reddito personali non rispettano fino in fondo nessuna delle configurazioni del prelievo su riportate: essi spesso agiscono sul reddito monetario individuale, caratteristiche diverse dai redditi vengono considerate con l'operare di deduzioni e detrazioni, ma sono introdotti trattamenti differenziali in base a fattori che potremmo definire socialmente irrilevanti, oppure relazionati al reddito, la struttura delle detrazioni è spesso contorta¹¹, esiste di fatto evasione fiscale. Tutto ciò molto facilmente produce risultati dove la presenza di HI è manifesta.¹²

Se l'obiettivo dell'analista, in coerenza con la moderna letteratura sulla scomposizione del complessivo effetto redistributivo totale, è una analisi del grado di progressività *puro*, a tal fine si deve isolare l'effetto di equità verticale dagli effetti di *reranking* e (c)HI.

Un effetto di riordinamento evidenzia un mutamento nell'ordinamento delle unità di reddito (equivalente) pre e post-tax. Inoltre le funzioni L_N e L_T non determinano più curve di Lorenz, ma curve di concentrazione.¹³

La presenza di (c)HI è invece connessa al verificarsi di una condizione stringente: devono esistere pre-tax *equal* in termini di reddito equivalente. La letteratura ha dedicato ampio spazio al modo con cui identificare gli "eguali" e come misurare l'estensione della violazione del principio di equità orizzontale.¹⁴

Per gli analisti empirici si tratta di identificare i gruppi in cui ogni famiglia ha lo stesso reddito equivalente o il cui reddito può (al fine di includere l'eventualità di nessun pre-tax *equal*) oscillare in un intorno fisso o variabile (si veda Duclos-Lambert, 2000, per una proposta alternativa basata sulla metodologia Kernel).

¹¹ - Lambert e Yitzhaki (1997) dimostrano che una semplice detrazione che dipenda dalle dimensioni familiari manca l'obiettivo dell'equità orizzontale.

¹² - Cfr. per il caso italiano, Marenzi, 1995; per il Regno Unito, Aronson *et al.*, 1994.

¹³ - Le assunzioni sulla forma della funzione $T(x)$ hanno fino ad ora permesso di riconoscere anche L_N e L_T come funzioni di Lorenz. Se così non fosse, per l'esatta posizione della curva di Lorenz post-tax si deve tenere in considerazione un fattore di correzione che rifletta l'estensione del reranking. Si consideri l'identità che lega le distribuzioni pre-tax, post-tax e del carico fiscale (cfr. Lambert, 2001):

$$L_N - L_X \equiv [t / (1 - t)] (L_X - L_T)$$

il lato sinistro indica la frazione di reddito totale che dal top 100(1-p)% si redistribuisce verso il corrispondente 100p% delle unità di reddito attraverso l'operare di una imposta progressiva relativamente ad una imposta proporzionale di eguale gettito fiscale. In caso di reranking una parte di quell'ammontare rende alcuni individui più poveri ed alcuni più ricchi in maniera tale che essi invertono esclusivamente la posizione lungo la scala dei redditi. Trasferimenti che causano *rank-reversal* di tale genere non hanno nessun impatto in termini di disuguaglianza. In tale frangente l'indicatore dell'effetto redistributivo è quindi misurato dal lato sinistro della seguente identità:

$$L^* - L_X \equiv [t / (1 - t)] (L_X - L_T) - (L_N - L^*)$$

dove L^* definisce la effettiva curva di Lorenz post-tax ed L_N e L_T sono le curve di concentrazione rispettivamente per il reddito post-tax e il carico fiscale.

¹⁴ - Cfr. Kay-King (1984), Lambert-Aronson (1993), Lambert-Ramos (1997), Duclos-Lambert (2000).

E' noto (Lambert, 2001, p. 243-247) che si realizza l'identificazione dell'effetto di progressività puro costruendo una funzione tra pre- e post-tax living standard *controfattuale*, che restituisca esclusivamente l'effetto di equità verticale e sia HI-free. In corrispondenza con l'esistenza di (c)HI o *reranking*, alternative procedure sono state proposte.

Per ricercatori interessati alla procedura che si fonda sul criterio del *reranking* (ad esempio, perché non ci sono "eguali" in termini di reddito equivalente nei database a disposizione, oppure perché si è interessati al principio di Pigou-Dalton), equità verticale è la scelta sociale della distribuzione post-tax, data una distribuzione pre-tax realizzata.¹⁵

La costruzione di una relazione che sia HI-free deve passare per una diversa mappatura delle esistenti distribuzioni, senza modificare l'insieme dei livelli di benessere individuali disponibili dopo l'imposta e senza alcun effetto sulla disuguaglianza post-tax.

Si utilizza l'ordinamento delle posizioni dei redditi post-tax come riferimento per un riordinamento dei redditi pre-tax: l'ideale funzione HI-free ora vede ogni pre-tax living standard collegato funzionalmente con il post-tax living standard il cui *rank* è lo stesso.¹⁶ Ora vi è perfetta associazione, osservazione per osservazione, tra le due distribuzioni ed esiste una unica funzione $T_{in}(x)$ tale che la relazione $x \Rightarrow x - T_{in}(x)$ è monotona crescente e mappa la distribuzione pre-tax nella distribuzione post-tax rispettando il grado di disuguaglianza contenuta in quest'ultima (di conseguenza, è *inequality neutral*).

Con il database a disposizione si deve annullare la dissociazione, e quindi l'effetto di riordinamento eventualmente presente ponendo, pragmaticamente, in ordine crescente (*sorting*) entrambe le distribuzioni e definendo $T_{in}(x)$ come quella funzione che mappa i redditi familiari equivalenti lordi e netti, componente per componente, dal più povero nucleo familiare al più ricco.

Una volta definita in tal modo questa unica funzione $T_{in}(x)$, per lo studio e la valutazione degli effetti redistributivi puri non è stata fino ad ora individuata alcuna difficoltà di ordine logico-formale atta a contestare la validità complessiva dell'impiego di differenti sistemi di pesi in accordo alla scelta del ricercatore, come anche, tramite l'applicazione dei pesi campionari, della metodologia risoltrice del problema della rappresentatività del campione.

Nel prossimo paragrafo esse emergeranno.

¹⁵ - Cfr. Pechman-Okner (1974, pp. 55 - 57), Blackorby-Donaldson (1984, p. 686) e Plotnick (1981).

¹⁶ - Cfr. King (1983) e Jenkins (1988).

3. UNA NUOVA FONTE DI (CLASSICA) INIQUITÀ ORIZZONTALE E UNA DIFFICOLTÀ APPLICATIVA

E' agevole mostrare come la procedura di *sorting* correntemente utilizzata possa invece, molto facilmente, produrre contemporaneamente (c)HI.

Ciò costituisce, per certi versi, un paradosso: data la struttura dell'imposta, al fine di interessarsi all'effetto di equità verticale puro l'analista elimina gli effetti di riordinamento eventualmente presenti, ma, allo stesso tempo, la metodologia può essere causa di (c)HI, e quindi fallire nella "eguaglianza di trattamento di agenti eguali".

Data la volontà di impiegare sistemi di pesi che riflettono la scelta di adottare unità di analisi differenti dal nucleo di convivenza, una corretta procedura di *sorting* dovrebbe permettere che, data una struttura di imposta che causa un effetto di riordinamento, lungo la scala crescente dei redditi al netto e al lordo dell'imposta (da intendere, d'ora in poi, in senso equivalente), ad ogni reddito familiare rimanga rigorosamente abbinato il peso rappresentativo del numero, ad esempio, di individui componenti la relativa famiglia.

Al contempo, se, necessariamente, l'analista empirico vuole disporre di un campione rappresentativo, ogni peso campionario dovrebbe rimanere abbinato alla corrispondente osservazione, e quindi al relativo reddito (ad esempio, nella survey biennale della Banca d'Italia – l'Indagine campionaria sui bilanci delle famiglie - a ciascuna famiglia è attribuito un peso in proporzione inversa alla sua probabilità di inclusione nel campione).

In entrambi i casi, dopo la procedura di *sorting* il peso abbinato al reddito post-tax assegnato ad ogni nucleo di convivenza ordinato secondo l'ordinamento crescente della distribuzione pre-tax sarà, in via del tutto generale, *diverso* dal peso abbinato al reddito equivalente pre-tax la cui posizione è la stessa.

Un semplice esempio numerico può aiutare a chiarire il punto.

La tabella 1 riporta i redditi pre e post-tax per una popolazione di dimensione $n = 4$, ordinati separatamente in ordine crescente alla 2 e 6 colonna e in cui i pesi (assoluti) definiti dal numero di adulti equivalenti, m_h , corrispondenti ad ognuna delle h famiglie sono, alla 3 e 7 colonna, rimasti associati al reddito originario relativo:

TABELLA 1

h	x (redditi pre-tax)	m_h^x	y (redditi post-tax)	m_h^y	y_s (redditi post-tax sorted)	m_h^{ys}
1	1000	1	800	1	800	1
2	2000	2	1400	2	1400	2
3	3000	3,5	2500	3,5	2000	1,5
4	5000	1,5	2000	1,5	2500	3,5

Osservando le ultime due righe della tabella 1, la presenza di un effetto di riordinamento si rivela evidente. Alla colonna 2 e 4, per la terza famiglia la struttura dell'imposta ha, da un reddito lordo pari a 3000, determinato un reddito netto pari a 2500, mentre per la quarta famiglia, da un reddito lordo pari a 5000, il reddito netto è ora pari a 2000: tramite il processo impositivo esse scambiano semplicemente posizione. Alla 6 colonna si pone rimedio a tale effetto ma, nel contempo, la (*weighted*) distribuzione post-tax assegna alla terza famiglia in ordine crescente di reddito un numero di adulti equivalenti (1,5) *diverso* da quello che la (*weighted*) distribuzione pre-tax *con reranking* assegna alla famiglia nella stessa posizione (3,5). Per l'analista si pone quindi il primo dubbio: quale sistema di pesi utilizzare? Quello definito dalla popolazione ordinata in ordine crescente della distribuzione pre-tax o post-tax?

Adottare la prima vorrebbe dire adottare quella a cui Atkinson (1980) si riferiva nell'espressione: "The standard approach to measuring the redistributive impact of taxation"(p. 4), approccio che nel contempo ignorava "the fact that taxation may change the ranking of individuals"(p. 5).

Se, lì, il riferimento era ai redditi per lo studio della variazione del coefficiente di Gini tra distribuzioni pre e post-tax (redditi che, correttamente, devono essere posti in ordine crescente), qui il riferimento è, inoltre, al corretto numero di adulti equivalenti (o individui) a cui assegnare quel reddito; servirsi del pre-tax ranking vorrebbe dire, in sintesi, impiegare una procedura *ad hoc*.¹⁷ Per ricercatori interessati a un corretto giudizio normativo, si rivela agevole evidenziare il punto cruciale.

Sia W una *social welfare function* additiva e simmetrica definita sui redditi equivalenti. Siano m_h e i_h , rispettivamente, il numero di adulti equivalenti e di individui appartenenti al nucleo di convivenza h , per $h=1, \dots, n$. Sia, infine, U una funzione di utilità monotona crescente e strettamente concava.

Se l'unità elementare è l'individuo, il giudizio normativo nella valutazione di allocazioni alternative delle risorse deriva da,

$$W_I = \frac{1}{\sum_{h=1}^n i_h} \sum_{h=1}^n i_h U\left(\frac{x}{m_h}\right). \quad [6]$$

Se l'unità elementare è l'adulto equivalente,

¹⁷ - Si veda Atkinson (1980, p. 6) per un semplice esempio numerico che, nel caso di popolazione omogenea, rende manifesto l'errore che si otterrebbe utilizzando il pre-tax ranking.

$$W_{AE} = \frac{1}{\sum_{h=1}^n m_h} \sum_{h=1}^n m_h U\left(\frac{x}{m_h}\right). \quad [7]$$

A scopi comparativi, se l'unità di analisi è la famiglia,

$$W_F = \frac{1}{n} \sum_{h=1}^n U\left(\frac{x}{m_h}\right). \quad [8]$$

Nella [7], l'adozione dell'ordinamento pre-tax implica un fallimento nella valutazione dell'esatto contributo di ogni famiglia alla utilità media sociale, definita sui redditi al lordo e al netto della imposta. Per una analisi degli effetti redistributivi, seguendo per entrambe le distribuzioni pre e post-tax poste in ordine crescente di reddito l'ordinamento, e i pesi, della distribuzione lorda, ogni famiglia - e ogni reddito - "conterebbe" ovviamente per lo stesso numero di adulti equivalenti, mentre, in presenza di riordinamento, molto probabilmente il numero di adulti equivalenti risulta differente per identiche posizioni ordinali lungo la scala crescente delle due distribuzioni dei redditi: se così fosse, un certo numero di posizioni reddituali post-tax verrebbero pesate per coefficienti non corrispondenti a quelli, corretti, definiti dalla scala di equivalenza relativa e, quindi, la valutazione dell'utilità media sociale relativa risulterebbe inficiata.

Tenendo conto delle dovute differenze, lo stesso risulta evidente per l'espressione [6], ma non per la [8], espressione dove ogni nucleo di convivenza vale per 1. Con l'utilizzo dei pesi campionari, il problema si ripresenta anche per quest'ultima espressione, e sembra diventare più complesso per i casi espressi tramite la [6] e [7].¹⁸

In ogni caso, sembra evidente che per corrette analisi del grado di progressività *puro* ad essere chiamate in causa devono essere, nei termini dell'esempio in tabella 1, le colonne 2 e 6 e, rispettivamente, 3 e 7.

Questa scelta, d'altra parte, conduce molto facilmente alla definizione di una *nuova* forma di (c)HI.

Essa è determinata dalla mancata osservanza dell'elementare principio di "eguaglianza di trattamento di agenti eguali". Ad esempio, due nuclei di convivenza di *eguale* numero di adulti equivalenti (o individui) potrebbero - nel rispetto di una corretta procedura di sorting - essere trattati differentemente dal ricercatore nella transizione dalla distribuzione pre-tax alla distribuzione post-tax.

¹⁸ - E' comunque possibile semplificarci la vita: è sufficiente combinare i pesi tramite l'espressione $\frac{\omega_h k_h}{\sum_h \omega_h k_h}$, dove ω_h è, $\forall h$, il peso campionario e k_h sono i pesi, $\forall h$, definiti da un appropriato vettore determinato dalla scelta dell'unità elementare di analisi.

In presenza di riordinamento, nella costruzione della funzione $x-T_{in}(x)$ si può ritenere altamente probabile che egli, forzatamente, assegnerà a quei due nuclei dei pesi differenti da quello, *identico*, rilevato per la distribuzione pre-tax. Inoltre, come detto, per alcune coppie di redditi al lordo e al netto dell'imposta nella *stessa* posizione lungo la scala crescente dei redditi, siamo ora di fronte - *componente per componente*, dal più povero nucleo familiare al più ricco - a redditi pre-tax, e relativi pesi, che trovano corrispondenza con redditi post-tax abbinati a pesi discordanti.

La comparazione tra (*weighted*) distribuzioni ordinate dei redditi al lordo e al netto dell'imposta vedrà, per un numero che può variare tra 1 e la dimensione n della popolazione, divergenze nei coefficienti assegnati alle identiche posizioni reddituali delle due distribuzioni.

Appare evidente come questa sia una scorretta procedura di valutazione (ad esempio, pesare il reddito del nucleo più ricco per 1,5 adulti equivalenti nella distribuzione pre-tax e, invece, per 3,5 adulti equivalenti nella distribuzione post-tax).

Si può concludere che la funzione $T_{in}(x)$ *non* si rivela - se sono presenti effetti di riordinamento, se l'unità di analisi non è il nucleo di convivenza *e/o* il ricercatore non dispone di un campione già rappresentativo - (c)HI-free.

In questo caso, non è la struttura d'imposta a rivelarsi fonte di (classica) iniquità orizzontale, ma la metodologia applicata dal ricercatore.

Inoltre, per alcuni strumenti che sono abitualmente utilizzati nell'analisi teorica e empirica - le curve di Lorenz, generalizzate e non, *relative* o *assolute* - la scelta di quale vettore di pesi adottare si confronta con una differente problematica, in particolare per l'analisi empirica.

A partire dai contributi seminali di Atkinson (1970) e Shorrocks (1983) sulla definizione di un ordinamento parziale tra differenti distribuzioni in accordo al relativo *social welfare*, è stato possibile affidare il giudizio normativo al confronto di differenti distribuzioni tramite il criterio di dominanza di Lorenz, con la sua implicita e ben determinata nozione di disuguaglianza: tale pratica è quindi diventata di uso comune (per comparazioni internazionali cfr., tra gli altri, Shorrocks, *ibid.*; Bishop *et al.*, 1991; Decoster-Ooghe, *ibid.*; si veda anche Formby *et al.*, 1986; per il caso italiano, cfr. Russo, 2005; Gastaldi-Liberati, 2004).

In studi rivolti all'analisi empirica della efficacia redistributiva dei sistemi tributari, si è spesso preferito rivolgersi ad una veste grafica alternativa piuttosto che servirsi delle usuale rappresentazione delle curve di Lorenz.

In quest'ultimo caso, grazie a una marcata vicinanza delle relative curve, emerge una evidenza della differente efficacia redistributiva spesso modesta - o si ottiene il risultato di non farla emergere nitidamente - e si rileva una difficoltà nell'assegnare correttamente i guadagni di progressività per la grande maggioranza dei percentili.

Una prima soluzione adottata è stata quella di confrontare le differenze delle percentuali dei valori cumulati dei redditi.

Per la generica comparazione, date due funzioni che definiscono alternative strutture d'imposta, $T^1(x)$ e $T^2(x)$, sia $\langle N, F \rangle$ il regime fiscale composto dalla generica coppia \langle distribuzione post-tax, distribuzione pre-tax \rangle .

Indicando con ϕ_L l'ordinamento parziale dei regimi $\langle N, F \rangle$ in base al criterio di dominanza di Lorenz:

$$\langle N^1, F^1 \rangle \phi_L \langle N^2, F^2 \rangle \Leftrightarrow L_N^1(p) - L_X^1(p) \geq L_N^2(p) - L_X^2(p) \quad \forall p, \text{ con } > \text{ per qualche } p. \quad [9]$$

In Russo (*ibid.*) si è preferito invece confrontare il gap tra le differenze delle percentuali dei valori cumulati dei redditi:

$$[L_N^1(p) - L_X^1(p)] - [L_N^2(p) - L_X^2(p)] \geq 0 \quad \forall p, \text{ con } > \text{ per qualche } p. \quad [10]$$

Valori positivi riflettono una dominanza nel senso di Lorenz del regime $\langle N^1, F^1 \rangle$ nei confronti del regime $\langle N^2, F^2 \rangle$.

In Gastaldi-Liberati, *ibid.*, data la scelta di una comune distribuzione di riferimento F^0 per tutte le tax-schedules, si sono confrontate le differenze delle percentuali dei valori cumulati dei redditi post-tax:

$$L_N^1(p) - L_N^2(p) \geq 0 \quad \forall p, \text{ con } > \text{ per qualche } p. \quad [11]$$

Valori positivi riflettono una dominanza nel senso di Lorenz del regime $\langle N^1, F^0 \rangle$ nei confronti del regime $\langle N^2, F^0 \rangle$.

Per la [9], [10] e [11], con l'adozione della procedura di sorting, la costruzione dei grafici relativi incontra un ostacolo, sembrerebbe, insormontabile.

Sull'asse delle ascisse, dopo aver ordinate le rispettive popolazioni in ordine crescente di reddito, $\forall p \in [0,1]$ si deve assegnare la proporzione cumulata di $\frac{\omega_h k_h}{\sum_h \omega_h k_h}$ (si veda la

nota n. 18, *ivi*) e, quindi, “plottare” le differenze tra i valori cumulati dei redditi corrispondenti ad ogni $p \in [0,1]$. Quali percentili utilizzare per la [9], quelli definiti dalla popolazione ordinata in ordine crescente della distribuzione pre-tax o post-tax?

Per la [11], le popolazioni ordinate in ordine crescente della distribuzione post-tax determinate dalla $T^1(x)$ o dalla $T^2(x)$ rappresentano le opzioni in campo. E per la [10]?

In presenza di riordinamento, e dopo la procedura di sorting, essi saranno in via del tutto generale differenti e ne segue l'impossibilità di determinare con esattezza le ordinate rilevanti.

Il prossimo paragrafo proporrà una metodologia adatta a consentire la implementazione della [9], [10] e [11].

4. (*WEIGHTED*) CURVE DI LORENZ: UNA CONDIZIONE SUFFICIENTE

In questo paragrafo si presenta una procedura che permette di superare il problema applicativo appena discusso. Se l'obiettivo del ricercatore è la comparazione dell'efficacia redistributiva pura di differenti strutture d'imposta, tale procedura dovrebbe innanzitutto *preservare* l'andamento delle cumulate dei redditi, pre e post-tax, determinato dalla applicazione del metodo che elimina l'effetto di reranking: non si devono, quindi, modificare i livelli di disuguaglianza determinati dalle strutture d'imposta sulle distribuzioni nette.

E' evidente, inoltre, che se il sistema dei pesi fosse unico l'implementazione delle formule [9], [10] e [11] sarebbe agevole.

Un contributo di Ebert e Moyes viene in soccorso: il REMARK 2.1. (Ebert-Moyes, 2002) ci aiuta a definire questa procedura.

Seguendo, con alcune differenze nella notazione, Ebert-Moyes (*ibid.*), siano i redditi distribuiti lungo un intervallo D sottoinsieme dell'insieme dei numeri reali \mathbf{R} e indicati tramite un *income profile* $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$; sia $\mathbf{k} = (k_1, \dots, k_n)$ un generico *weight profile*; x_h e k_h sono, rispettivamente, il reddito e il peso da assegnare all'osservazione h ; i redditi sono ordinati secondo una scala crescente e i pesi sono tutti strettamente positivi.

Una distribuzione dei redditi è rappresentabile tramite un *composite vector* $(\mathbf{x} | \mathbf{k}) = (x_1, \dots, x_n | k_1, \dots, k_n)$; sia $X_n(D)$ l'insieme delle distribuzioni per una popolazione di

dimensione n e, infine, sia $X(D)$ l'insieme delle distribuzioni per $n \in \mathbf{N}^*$.¹⁹ Date due distribuzioni - con ovvia notazione - $(\mathbf{x} | \mathbf{k}^x)$ e $(\mathbf{y} | \mathbf{k}^y)$ con uguali o differenti dimensioni delle popolazioni e dove $\mathbf{k}^x \neq \mathbf{k}^y$, il ricercatore interessato alla loro comparazione può, senza alcuna perdita di generalità, “restrict attention to distributions with the same dimensions and the same weight profile” (p. 4, versione luglio 2001):

REMARK 2.1. (Ebert-Moyes, p. 4, *ibid.*)

“Consider two arbitrary distributions $(\mathbf{x} | \mathbf{k}^x), (\mathbf{y} | \mathbf{k}^y) \in X(D)$. Then there exists a positive integer q , a weight profile $\mathbf{k} = (k_1, \dots, k_q)$, and two distributions $(\mathbf{x}^* | \mathbf{k})$ and $(\mathbf{y}^* | \mathbf{k})$ such that $(\mathbf{x}^* | \mathbf{k})$ and $(\mathbf{x} | \mathbf{k}^x)$ [respectively, $(\mathbf{y}^* | \mathbf{k})$ and $(\mathbf{y} | \mathbf{k}^y)$] are distributionally equivalent in the sense that they have the same [cumulative] distribution function.”

Il risultato di questa proposizione è quel che serve ai nostri fini: è ben noto che quel che rileva per le curve di Lorenz è la preservazione delle cumulate dei redditi e, infine, si ottiene un unico *weight profile* (per la dimostrazione si rinvia a Ebert-Moyes, Appendix A, versione luglio 2001).

Adottando i dati della tabella 1 sarà:

$$(\mathbf{x} | \mathbf{k}^x) = (1000, 2000, 3000, 5000 | 1, 2, 3,5, 1,5) \text{ e}$$

$$(\mathbf{y} | \mathbf{k}^y) = (800, 1400, 2000, 2500 | 1, 2, 1,5, 3,5).$$

I vettori dei pesi, normalizzati in maniera tale da avere somma pari a 1 e cumulati, per \mathbf{k}^x e \mathbf{k}^y sono pari, rispettivamente, a $(0,125, 0,375, 0,8125, 1)$ e $(0,125, 0,375, 0,5625, 1)$. L'applicazione della procedura Ebert-Moyes implica che:

$$(\mathbf{x}^* | \mathbf{k}) = (1000, 2000, 3000, 3000, 5000 | 1, 2, 1,5, 2, 1,5) \text{ e}$$

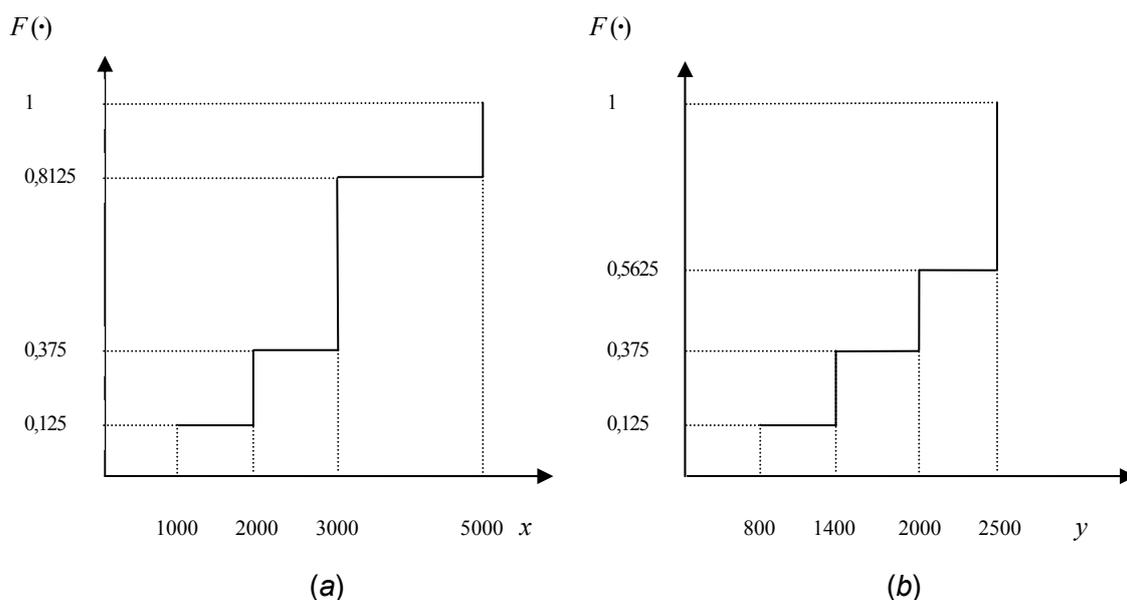
$$(\mathbf{y}^* | \mathbf{k}) = (800, 1400, 2000, 2500, 2500 | 1, 2, 1,5, 2, 1,5).$$

Con pesi normalizzati in maniera tale da avere somma pari a 1 e cumulati, $\mathbf{k} = (0,125, 0,375, 0,5625, 0,8125, 1)$.

Le Figure 1(a) e 1(b) restituiscono le *cumulative distribution function (cdf)* per, rispettivamente, $(\mathbf{x}^* | \mathbf{k})$ e $(\mathbf{y}^* | \mathbf{k})$; è agevole verificare che le Figure 1(a) e 1(b) restituiscono le *cdf* anche per, rispettivamente, $(\mathbf{x} | \mathbf{k}^x)$ e $(\mathbf{y} | \mathbf{k}^y)$.

¹⁹ - \mathbf{N}^* è l'insieme dei numeri naturali interi positivi maggiori o uguali a 2.

FIGURA 1



Si noti come l'ordinata corrispondente a 3000 nella Figura 1(a) sia 0,8125, ossia il valore dato dalla somma di $\frac{1}{8}$, $\frac{2}{8}$ e $\frac{3,5}{8}$ (la terza e la quarta famiglia, nella distribuzione pre-tax \mathbf{x}^* , contribuiscono con un totale di adulti equivalenti pari a 3,5 all'ordinata corrispondente ai redditi inferiori o pari a 3000); l'ordinata corrispondente a 2500 nella Figura 1(b) è 1, ossia il valore dato dalla somma di $\frac{1}{8}$, $\frac{2}{8}$, $\frac{1,5}{8}$ e $\frac{3,5}{8}$ (la quarta e la quinta famiglia nella distribuzione post-tax \mathbf{y}^* contribuiscono per un totale di adulti equivalenti pari a 3,5 all'ordinata corrispondente ai redditi inferiori o pari a 2500).²⁰

A fini di comparazione dell'efficacia redistributiva pura di differenti strutture d'imposta, tale procedura consente la diretta implementazione dei confronti in base al criterio di Lorenz per la [9] e [11].

Per la [10] ciò è ammesso se la procedura viene impiegata due volte in successione: determinati, per entrambe le strutture d'imposta $T^1(x)$ e $T^2(x)$, i due *composite vector* dei redditi pre e post-tax con uguale sistema di pesi, la prima volta per la costruzione delle differenze $[L_N^1(p) - L_X^1(p)]$ e $[L_N^2(p) - L_X^2(p)]$, $\forall p \in [0,1]$, la seconda per poter fondare correttamente le differenze *tra* $[L_N^1(p) - L_X^1(p)]$ e $[L_N^2(p) - L_X^2(p)]$, $\forall p \in [0,1]$.

In generale, la disponibilità per il ricercatore di più di due distribuzioni da comparare lo condurrà semplicemente a replicare la procedura per coppie di distribuzioni fino a ottenere un uguale sistema di pesi e uguale dimensione per tutte le distribuzioni coinvolte.

²⁰ - Si veda la Figura 1(c) in Appendice A per l'evidenza della sovrapposizione tra le curve di Lorenz per, rispettivamente, $(\mathbf{x} | \mathbf{k}^x)$ vs. $(\mathbf{x}^* | \mathbf{k})$ e $(\mathbf{y} | \mathbf{k}^y)$ vs. $(\mathbf{y}^* | \mathbf{k})$.

La procedura Ebert-Moyes è efficace anche per due distribuzioni con differenti dimensioni delle popolazioni: ne risulteranno due *composite vector* con uguale sistema di pesi e uguale dimensione.²¹ Si noti che tale procedura è utile anche per l'analista che, nel confronto *intercountries* tra due distribuzioni primarie di reddito (ad esempio per valutare il grado di disuguaglianza relativa determinato dall'operare di un sistema economico) ritenesse preferibile non ricorrere all'usuale rappresentazione dei diagrammi di Lorenz.

Infine, l'attenzione portata al caso del criterio di dominanza in base alle funzioni convenzionali di Lorenz, non significa che tale procedura non risulti utile per la costruzione delle *absolute Lorenz curve* e, allo stesso modo, per le curve di Lorenz *generalizzate* (relative e assolute).²²

5. UNA APPLICAZIONE

Si vuole fornire una evidenza empirica delle conseguenze della tassazione personale del reddito in Italia nella seconda metà degli anni '90 analizzando il grado di progressività *puro* riscontrato per ogni differente regime IRPEF.²³ Si intende con ciò individuare l'effettiva redistribuzione operata sui redditi personali e, al fine di assegnare validità normativa, si utilizzeranno una scala di equivalenza parametrica relativa e tre differenti tipologie di unità elementare, il nucleo di convivenza, l'adulto equivalente e l'individuo.

Il giudizio normativo si basa sul criterio di dominanza di Lorenz convenzionale e, quindi, sul teorema di Atkinson (1970).

Si dispone di un data set pluriperiodale (1995, 1998 e 2000) da indagine campionaria, utile per la derivazione dei due vettori che per ogni periodo oggetto di esame costituiscono il materiale informativo di base: redditi al lordo e al netto dell'imposta sui redditi delle persone fisiche. La fonte originale è "L'indagine campionarie sui bilanci delle famiglie" della Banca d'Italia (BdI). La BdI pubblica regolarmente dal 1966 i risultati dell'indagine campionaria ed è noto che i redditi rilevati sono al netto delle imposte e dei contributi dovuti²⁴.

²¹ - Si veda l'Appendice B per un esempio.

²² - Si veda Kolm (1976) e Moyes (1987) per una definizione e discussione dell'ordinamento parziale basato sul *absolute Lorenz criterion*.

²³ - In Italia, l'imposizione diretta, escludendo misure di natura temporanea, fornisce un gettito di circa 174 miliardi di euro (Relazione Generale sulla Situazione Economica del Paese, Banca d'Italia, esercizio 2004). L'Irpef realizza circa i $\frac{3}{4}$ di tale gettito e, tra l'altro, risulta una imposta con elevata progressività (ma soltanto per una parte dei contribuenti, identificabili con i percettori di redditi da lavoro dipendente o pensioni) è ritenuta di fatto lo strumento principale per realizzare l'equità fiscale.

²⁴ - Si tratta di rilevazioni condotte separatamente per periodi diversi, dal 1987 a cadenza biennale. Sono rilevate per ciascun individuo informazioni sul titolo di studio, condizione anagrafica, condizione

Gli analisti che volessero comparare due sistemi fiscali devono quindi riprodurre il processo di formazione dell'imposta dovuta in capo ai singoli soggetti passivi (l'Irpef continua ad essere un tributo su base individuale e non familiare) per poter sommare il risultato di tale elaborazione con il dato campionario e formare il reddito al lordo del prelievo. I dati prodotti dal modello di microsimulazione ITAXMOD dell'Istituto di Studi ed Analisi Economica (ISAE) forniscono tale elaborazione.

Come la maggior parte della modellistica esistente, ITAXMOD è un modello statico²⁵. Si basa su indagini campionarie *cross-section* e permette attualmente di simulare gli effetti primari delle politiche fiscali omettendo le conseguenze economiche delle reazioni comportamentali degli agenti. I dati campionari possono essere riportati all'intera popolazione tramite i pesi campionari e sono facilmente recuperabili all'interno del programma di computazione qualsiasi variazione degli strumenti a disposizione delle autorità (aliquote d'imposta, detrazioni, deduzioni, ecc.), sia interventi marginali che riforme globali di sistema.²⁶

Per il 1995, il campione casuale di ITAXMOD permette di disporre dei redditi al lordo e al netto dell'imposta di 23924 individui per 8135 famiglie; per il 1998, 20901 individui per 7147 famiglie; per il 2000, 22268 individui per 8001 famiglie.

Per la definizione della scala di equivalenza, si è selezionato un deflatore appartenente alla famiglia delle funzioni parametriche proposto da Cutler e Katz (*ibid.*); con valori specifici dei parametri implementa altre scale di equivalenza proposte (cfr. Atkinson *et al.*, *ibid.*; Buhmann *et al.*, *ibid.*):

$$m_h = (N_a + \varphi N_c)^\theta, \quad 0 \leq \varphi \leq 1, \quad 0 \leq \theta \leq 1,$$

dove N_a e N_c sono, rispettivamente, il numero degli adulti e dei bambini nel nucleo di convivenza h , per $h = 1, 2, \dots, n$. φ è il parametro che rappresenta il peso di ogni bambino in termini di consumo, relativamente a quello unitario di ogni adulto; θ è il parametro

professionale, ammontare e natura del reddito; per ogni nucleo familiare (*household*) informazioni sulla composizione, localizzazione regionale, consumi totali, ricchezza patrimoniale, condizione abitativa (casa di proprietà o in locazione). Per una discussione critica delle rilevazioni fornite dalla Indagine sui bilanci delle famiglie della Banca d'Italia cfr. Brandolini (1999). Brandolini e Cannari (1994) analizzano la qualità dei dati e notano come essa non si discosta dalla media di analoghe indagini internazionali.

²⁵ - Per il processo di formazione dei dati lordi tramite ITAXMOD si rinvia a Lugaresi (1989, 1990) e Di Biase *et al.* (1995).

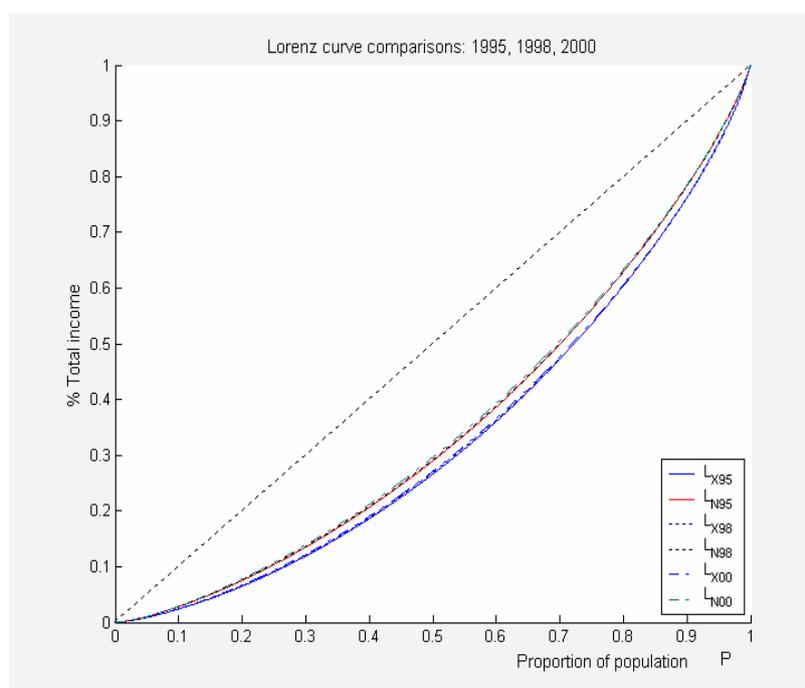
²⁶ - Si veda l'appendice C per una sintetica descrizione del complessivo progetto di riforma fiscale noto come Riforma Visco.

rappresentativo delle economie di scala presenti all'interno del nucleo familiare.²⁷ Si assume che i parametri φ e θ siano indipendenti dal livello di reddito²⁸. Si presenta il caso di $\varphi = \theta = 0,5$.²⁹

Dopo l'applicazione della procedura di sorting adatta a eliminare l'effetto di riordinamento, si sono esclusi per tutte le distribuzioni il top 0,5% (per limitare una dipendenza dei risultati dagli outliers) e le famiglie con reddito pari a zero. Si è, infine, applicato un ulteriore fattore di scala per avere medie delle distribuzioni post-tax uguali.³⁰

Preliminarmente si presenta un grafico (Figura 2) che riproduce le curve di Lorenz per il confronto tra le distribuzioni al lordo e al netto della imposta per i tre periodi.

FIGURA 2



Per la figura 2 l'unità della analisi adottata è il nucleo di convivenza, ma il diagramma cartesiano che riporta le *classiche* curve di Lorenz non sembra d'aiuto nella

²⁷ - Per questa scala gli adulti singoli sono la famiglia tipo. La soglia che segna il passaggio dalla condizione di bambino a quella di adulto è stata fissata, in linea con le scelte dell'OCSE, superiore ai 14 anni.

²⁸ - Ebert-Lambert (2004) dimostrano che una scala d'equivalenza *relativa e costante*, $m(x) = m, \forall x$, rispetta un criterio di pura equità orizzontale (nuclei di convivenza con eguale livello simili di *living standard* prima dell'imposta dovrebbero vedere confermata tale eguaglianza anche dopo l'imposta).

²⁹ - Per effetti redistributivi sui redditi familiari *monetari* è sufficiente porre $\theta = 0$.

³⁰ - L'interesse per un indicatore della disegualianza pura (la forma della distribuzione) impone di ricorrere al teorema di Atkinson, prescindendo dallo *shift* nelle distribuzioni. Per annullare eventuali differenze nelle medie dei redditi netti, esse devono essere riproporzionate: non si deve alterare la misura della elasticità e a tal fine si può ricorrere a vari metodi; qui si adotta un *Residual-Progression-neutral device*, ottenendo la parità di gettito tramite il desiderato incremento (o diminuzione) della media senza che si modifichi la misura di *Residual Progression* (cfr. Pfälher, 1984; Formby-Smith, 1986; Lambert-Pfälher, 1987).

individuazione dei guadagni, o perdite, che contraddistinguono i periodi sotto osservazione. Si ricorre quindi al confronto del gap tra le differenze delle percentuali dei valori cumulati dei redditi.

Le Figure 3, 4 e 5 riportano il gap tra le differenze delle percentuali dei valori cumulati dei redditi post-tax equivalenti rispetto alle percentuali dei redditi cumulati pre-tax equivalenti (ad esempio, per il caso [a], valori positivi, e mai negativi, $\forall p$, riflettono una dominanza del regime $\langle N_{1995}, F_{1995} \rangle$ nei confronti del regime $\langle N_{2000}, F_{2000} \rangle$):

$$[a] \quad [L_N^{1995}(p) - L_X^{1995}(p)] - [L_N^{2000}(p) - L_X^{2000}(p)] \quad \forall p,$$

$$[b] \quad [L_N^{1998}(p) - L_X^{1998}(p)] - [L_N^{2000}(p) - L_X^{2000}(p)] \quad \forall p,$$

e

$$[c] \quad [L_N^{1995}(p) - L_X^{1995}(p)] - [L_N^{1998}(p) - L_X^{1998}(p)] \quad \forall p.$$

La figura 3 si riferisce ad una popolazione di *household*, la figura 4 ad una popolazione di adulti equivalenti, la figura 5 ad una popolazione di individui.

Dopo l'applicazione della procedura Ebert-Moyes (si veda nota n. 18, *ivi.*) questi sono i risultati.

FIGURA 3: Criterio di Lorenz per $i, j = 1995, 1998, 2000$ - Income recipient: *household*

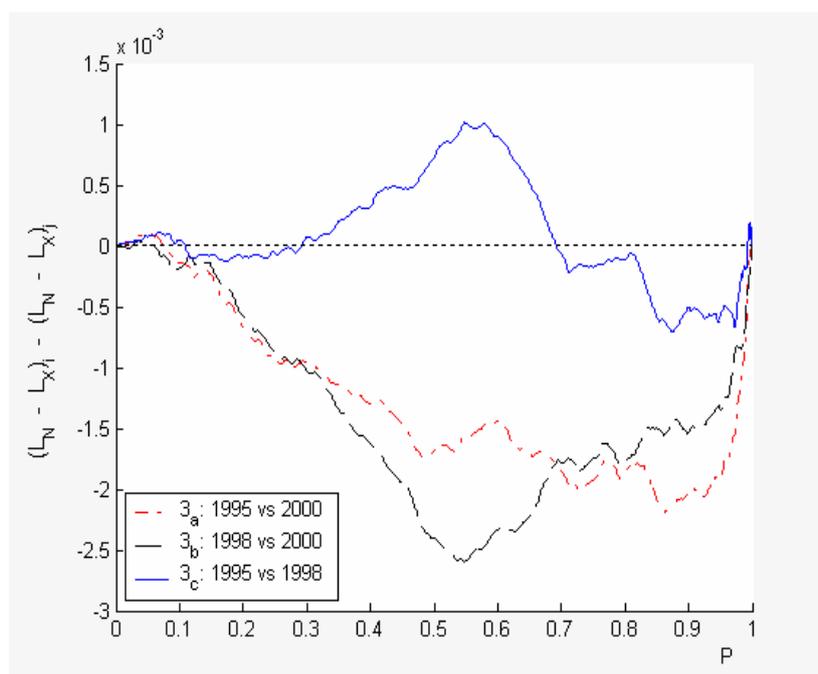


FIGURA 4: Criterio di Lorenz per $i, j = 1995, 1998, 2000$ - Income recipient: *equivalent adult*

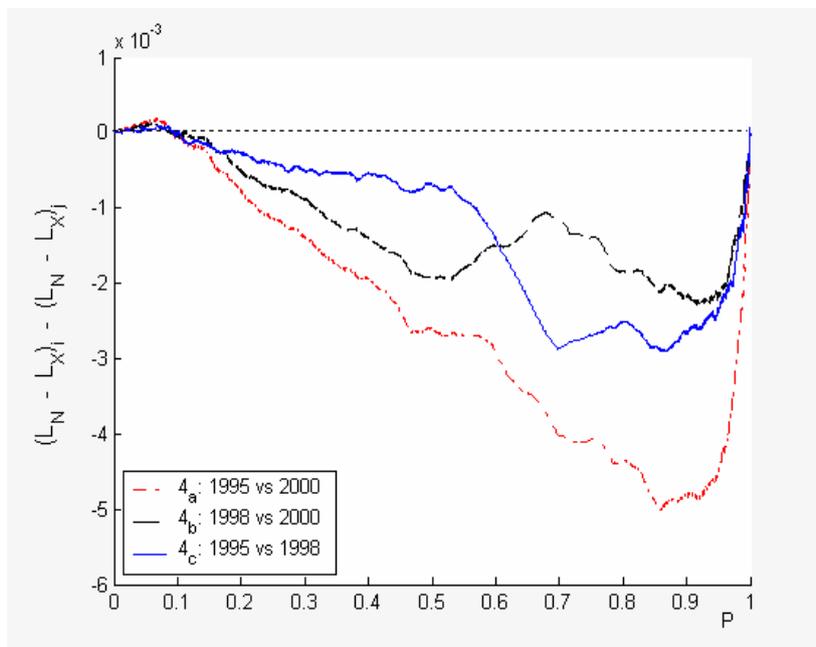
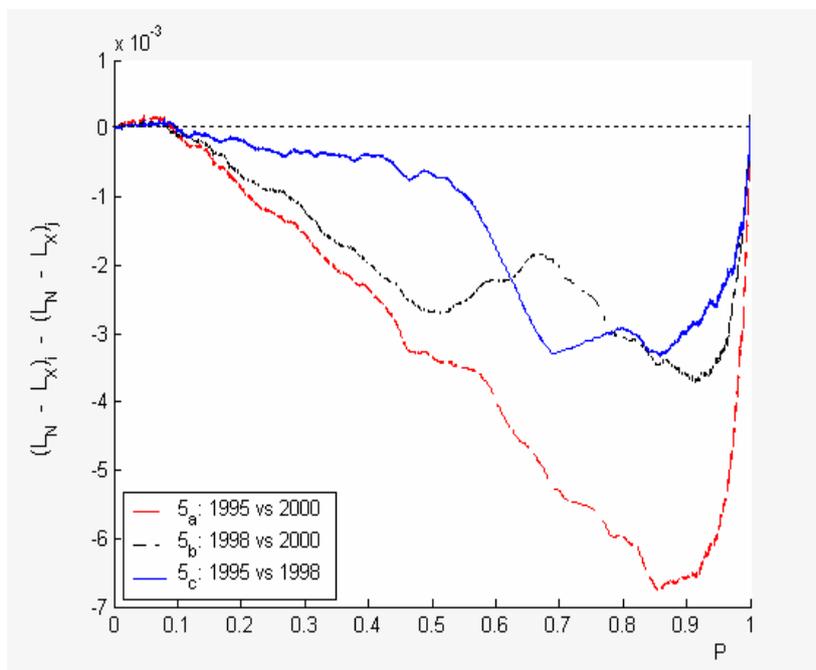


FIGURA 5: Criterio di Lorenz per $i, j = 1995, 1998, 2000$ - Income recipient: *individual*



In accordo con i risultati espressi dalla Figura 3, per il confronto [c] si osservano almeno 4 intersezioni, per [b] sembrerebbe che la redistribuzione operata tramite l'IRPEF del 2000 domini su quella operata tramite l'IRPEF 1995, ma in un intorno della coda sinistra del confronto tra guadagni redistributivi è evidente una intersezione (lo stesso vale

per il caso [a]). Va precisato che il benessere sociale (medio) è ora funzione dei redditi equivalenti e i pesi k_h sono uguali a 1, $\forall h$.³¹ La Figura 4 sembrerebbe evidenziare un guadagno redistributivo che aumenta nella transizione tra il 1995 e il 2000, ma in un intorno della coda sinistra dei confronti risulta evidente un'intersezione. Nei confronti dell'IRPEF del 1998, l'IRPEF 1995 appare ora meno redistributiva relativamente al caso riportato nella Figura 3[c]. Si rammenti che se il principio normativo che si intende rispettare è il principio dei trasferimenti *between-type* Pigou-Dalton è la Figura 4: questa è l'unica figura che fa riferimento ad una preferenza per un uguale *living standard* per gli *individui* della popolazione, nonostante questi ultimi non siano l'unità della analisi.

Se il principio normativo preferito è il *Pareto indifference principle*, la Figura 5 è quella utile: utilizzare come unità elementare l'individuo sembra condurre a più alti differenziali redistributivi rispetto al caso precedente (si noti che, $\forall h, i_h \geq m_h$) e sembrerebbe chiaro un guadagno redistributivo ancor più manifesto nella transizione tra il 1995 e il 2000, ma, ancora, in un intorno della coda sinistra dei confronti risulta evidente un'intersezione. La tabella 2 riporta gli indici di Reynolds-Smolensky per i tre periodi.³² Quando l'adulto equivalente o l'individuo è l'unità elementare, l'efficacia redistributiva globale è più elevata, in particolare nella seconda fase della riforma.

TABELLA 2

Indici di Reynolds-Smolensky (RE: Reddito equivalente)

RE che dipende dai parametri $\varphi = \theta = 0.5$ Popolazione: Households	Π_{1995}^{RS}	0.035362
	Π_{1998}^{RS}	0.035167
	Π_{2000}^{RS}	0.037869
RE che dipende dai parametri $\varphi = \theta = 0.5$ Popolazione: adulti equivalenti	Π_{1995}^{RS}	0.031437
	Π_{1998}^{RS}	0.033912
	Π_{2000}^{RS}	0.036316
RE che dipende dai parametri $\varphi = \theta = 0.5$ Popolazione: individui	Π_{1995}^{RS}	0.029884
	Π_{1998}^{RS}	0.032587
	Π_{2000}^{RS}	0.03628

³¹ - Per la definizione di (*weighted*) curve di Lorenz si può utilmente consultare Ebert, 1999, p. 239; cfr. anche Ebert, 1997 e Ebert-Moyes, 2002.

³² - Cfr. Reynolds-Smolensky, 1977.

6. CONCLUSIONI

Il lavoro si è concentrato sull'analisi dell'effetto redistributivo *puro* per mezzo dell'approccio cosiddetto del *no reranking*, individuando una *nuova* fonte di (classica) iniquità orizzontale dovuta alla volontà e/o necessità dell'analista di lavorare con diversi schemi di pesi da assegnare alle osservazioni reddituali.

In presenza di effetti di riordinamento, si è mostrato come - se l'unità di analisi non è il nucleo di convivenza e/o il ricercatore non dispone di un campione già rappresentativo - il verificarsi di tale nuova (classica) iniquità orizzontale sia praticamente certo. In tal caso, inoltre, la costruzione delle curve di Lorenz (relative o generalizzate) e, in particolare, il loro confronto (ad esempio, per una analisi dei differenti effetti redistributivi causati da differenti strutture dell'imposta personale dei redditi) può rivelarsi seriamente ostacolato.

Data la volontà del ricercatore di lavorare con diversi schemi di pesi da assegnare alle osservazioni reddituali e/o data la necessità di utilizzare i pesi campionari per poter disporre di un campione rappresentativo, sono stati illustrati i limiti di natura sostanziale che permettono di individuare i contesti dove non è la struttura d'imposta a rivelarsi fonte di (classica) iniquità orizzontale, ma la metodologia applicata dal ricercatore.

Al riguardo del problema dell'implementazione delle comparazioni tramite il criterio di dominanza di Lorenz, si sono presentati i casi in cui, grazie ad una procedura sviluppata da Ebert-Moyes (2002), risulta comunque possibile preservare l'andamento delle cumulate dei redditi delle distribuzioni determinate dalla applicazione del metodo che elimina l'effetto di reranking e, contemporaneamente, definire un unico sistema dei pesi per entrambe le distribuzioni: l'unicità del sistema di pesi si rileva essere condizione sufficiente all'applicazione delle usuali tecniche per il confronto tra curve di Lorenz, in particolare per quei casi dove i differenti guadagni redistributivi, o i differenti gradi di disuguaglianza, non sono evidenti tramite i classici diagrammi di Lorenz.

Nel lavoro nulla è stato detto se la metodologia Ebert-Moyes risolve anche il problema definito dalla presenza di *nuova* (c)HI.

Per l'analisi degli effetti redistributivi *puri* di due regimi fiscali, dopo l'annullamento dell'effetto di riordinamento tramite la consueta procedura di *sorting*, tale metodologia, da due originarie (*sorted and weighted*) distribuzioni pre e post-tax con due differenti sistemi di pesi, permette di definire due distribuzioni pre e post-tax *virtuali* che conservano l'andamento delle due originarie *cdf* e presentano un identico sistema di pesi: *componente*

per componente, dal più povero nucleo familiare al più ricco, si dispone ora di redditi pre-tax, e relativi pesi, che trovano corrispondenza con redditi post-tax abbinati agli stessi pesi. Ciò, ad una prima riflessione, dovrebbe permettere di considerare come esclusa la *nuova* (c)HI; d'altra parte, la fonte delle distribuzioni pre e post-tax *virtuali* succitate rimangono quelle due originarie distribuzioni pre e post-tax, distribuzioni dove la presenza di differenti sistemi di pesi configura nuova (c)HI. Si ritiene che ci sia necessità di ulteriori sforzi di analisi al riguardo.

La definizione di una misura della nuova (c)HI - e implicitamente una stima dell'errore che si avrebbe per la valutazione del grado di progressività puro - conseguente alla procedura di sorting applicata dal ricercatore, è un secondo sentiero di ricerca promettente. Si ritiene che, in prima battuta, tale indice di (c)HI dovrebbe basarsi - per ogni gruppo di eguale composizione socio-demografica - su una misura della distanza che separa il coefficiente dato dal numero di individui (o di adulti equivalenti) che nella realtà gode del reddito familiare (equivalente) dopo l'imposta, dal coefficiente che la procedura di sorting assegna giocoforza all'osservazione a cui quel reddito corrisponde. Una forma di aggregazione del valore assoluto di tali distanze, ad esempio sommando sui differenti gruppi di eguale composizione demografica, sembra essere una buona base di partenza per la costruzione di tale indice.

Si è, infine, presentata, previa applicazione della metodologia Ebert-Moyes, l'evidenza empirica relativa ai differenti guadagni redistributivi puri determinati dal confronto tra i diversi regimi IRPEF per il periodo 1995 - 2000. Quando l'adulto equivalente o l'individuo è l'unità elementare, nel tempo l'efficacia redistributiva globale è migliorata, in particolare nella seconda fase della riforma Visco (2000). Per ogni confronto presentato, la presenza di intersezioni tra le curve di Lorenz, pur se con diversa rilevanza, impedisce di ricorrere al teorema di Atkinson per affermare un giudizio normativo.³³

Resta ancora da indagare in profondità se e, nel caso, quanto su questi risultati incida la presenza di nuova (c)HI.

³³ - Al riguardo, cfr. Dardanoni-Lambert (1988): il ricorso al più debole *Principle of Diminishing Transfers*, al criterio non utilitarista detto del *Rawlsian leximin* e, per ogni distribuzione, l'analisi della varianza, può talvolta permettere di risolvere alcuni casi di intersezioni delle curve di Lorenz

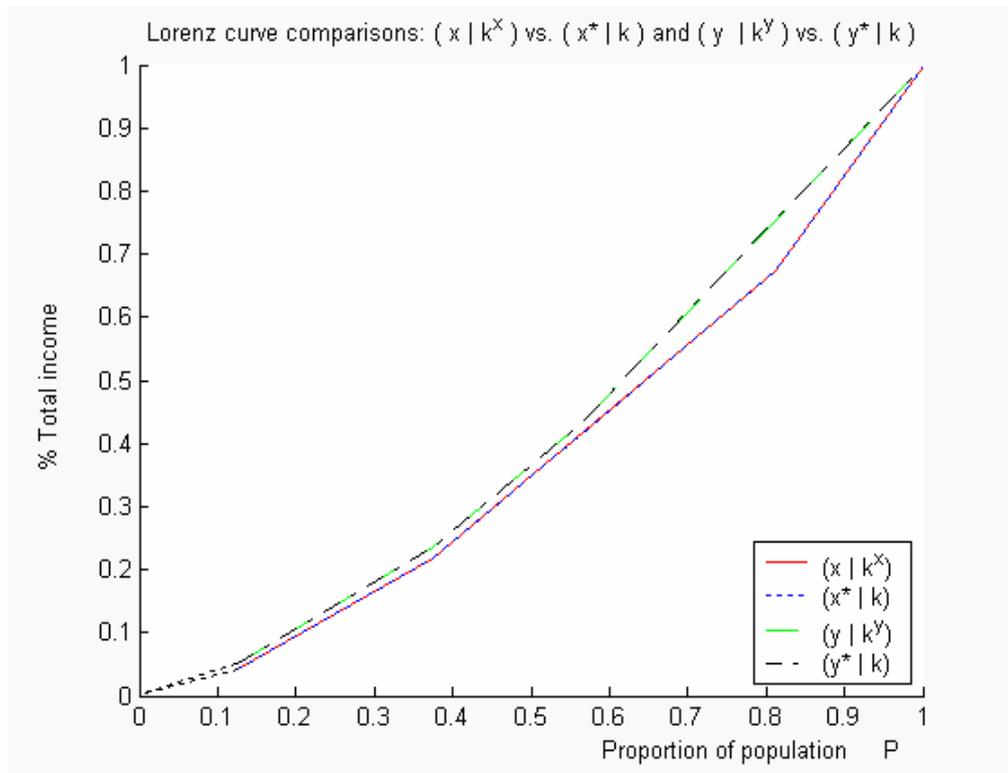
BIBLOGRAFIA

- Aronson, R. J., P. Johnson e P. J. Lambert (1994), Redistributive effect and unequal income tax treatment. *Economic Journal*, vol. 104, pp. 262 – 270.
- Atkinson, A. B. (1970), On the measurement of inequality. *Journal of Economic Theory*, vol. 2, pp. 244 - 263.
- Atkinson, A. B. (1980), Horizontal equity and the distribution of tax burden. In H. J. Aaron e M. J. Boskins (eds), *The Economics of Taxation*, Washington DC: Brookings.
- Atkinson, A. B. e F. Bourguignon (1987), Income distribution and difference in needs. In G. R. Feiwel (eds) *Arrow and the Foundations of the Theory of Economic Policy*. Cap. 12, London: Macmillan.
- Atkinson, A. B., L. B. Rainwater e T. M. Spending (1995), *Income Distribution in OECD Countries*. Paris: OECD.
- Bishop, J. A., J. P. Formby e P. D. Thistle (1991), Rank dominance and international comparisons of income distributions. *European Economic Review*, vol. 35, pp. 1399 – 1409.
- Blackorby, C. e D. Donaldson (1984), Ethical social index numbers and the measurement of effective tax/benefit progressivity. *Canadian Journal of Economics*, vol. 17, pp. 683 – 694.
- Blackorby, C. e D. Donaldson (1993), Household equivalent scales and welfare comparisons: a comment. *Journal of Public Economics*, vol. 50, pp. 143 - 146.
- Buhmann, B., L. Rainwater, G. Schmauss e T. M. Smeeding (1988), Equivalence scale, well-being, inequality and poverty: sensitivity estimates across 10 countries using the LIS database. *Review of Income And Wealth*, vol. 34, pp. 115 - 142.
- Cowell, F. A. e M. Mercader Prats (1999), Equivalence Scales and Inequality: from Theory to Practice. In J. Silber (eds) *Handbook of Income Inequality Measurement*. Dordrecht and London: Kluwer Academic, pp. 405 - 29.
- Creedy, J. e C. Sleeman (2005), Adult equivalence scales, inequality and poverty. *Research Paper* n. 938, Department of Economics, University of Melbourne.
- Cutler, D. M. e L. Katz (1992), Rising inequality? Changes in the distribution of income and consumption in the 1980's. *American Economic Review*, vol. 82, pp. 546 - 551.
- Decoster, A. e E. Ooghe (2003), Weighting with individuals, equivalent individuals or not weighting at all: does it matter empirically? In H.A. Bishop and Y. Amiel (eds.), *Inequality, Welfare And Poverty: Theory And Measurement*, Research on Economic Inequality, 9, pp. 173-190.
- Duclos, J. Y. e P. J. Lambert (2000), A normative and statistical approach to measuring classical horizontal inequity. *Canadian Journal of Economics*. Vol. 33, pp. 87 – 113.
- Ebert, U. (1997), Social welfare when needs differ: an axiomatic approach. *Economica*, 64, pp. 233-244.
- Ebert, U. (1999), Using equivalent income of equivalent adults to rank income distributions. *Social Choice and Welfare*, vol. 16, pp. 233 – 258.
- Ebert, U. e P. Moyes (2000), Consistent income tax structures when households are heterogeneous. *Journal of Economic Theory*, vol. 90, pp. 116 - 150.
- Ebert, U. e P. Moyes (2002), Welfare, inequality and the transformation of incomes: The case of weighted income distributions. In P. Moyes, C. Seidl and A.F. Shorrocks (eds.), *Inequalities: Theory, Measurement and Applications*, Journal of Economics, supplement 9, pp. 9-50.
- Ebert, U. e P. Moyes (2003), Equivalence scales reconsidered. *Econometrica*, vol. 71, pp. 319 - 343.
- Ebert, U. e P.J. Lambert (2004). Horizontal equity and progression when equivalence scales are not constant. *Public Finance Review*, 32, pp. 426-440.
- Formby, J. P. e W. H. Smith (1986), Income inequality across nations and over time: comment. *Southern Economic Journal*, 52, pp. 562-563.
- Gastaldi F. e P. Liberati (2004). Dall'Irpef all'Ire: modifiche strutturali dell'imposta personale negli ultimi dieci anni. SIEP, *Working Paper*, n. 314, Università di Pavia.
- Jakobsson, U. (1976), On the measurement of the degree of progressions. *Journal of Public Economics*, vol. 5, pp. 161 - 168.

- Jenkins, S. (1988), Reranking and the analysis of income distribution. *Scottish Journal of Political Economy*, vol. 35, pp. 65 – 76.
- Kay, J. A. e M. A. King (1984), *The British Tax System*. 3° ed., Oxford: University Press.
- King, M. A. (1983), An index of inequality: with application to horizontal equity and social mobility. *Econometrica*, 51, pp. 99-115.
- Kolm, S.-C. (1976) Unequal inequalities, I. *Journal of Economic Theory*, 12, pp. 416-442.
- Lambert, P. J. (2001), *The Distribution and Redistribution of Income*. Manchester United Press: Manchester and New York.
- Lambert, P. J. e R. J. Aronson (1993), Inequality decomposition analysis and the Gini coefficient revisited. *Economic Journal*, vol. 103, pp. 1221 – 1227.
- Lambert, P. J. e X. Ramos (1997), Vertical redistribution and horizontal inequity. *International Tax and Public Finance*. Vol. 4, pp. 25 – 37.
- Lambert, P. J. e S. Yitzhaki (1997). Income tax credits and exemptions. *European Journal of Political Economy*, 13, pp. 343-351.
- Marenzi, A. (1995), Equità verticale, equità orizzontale ed effetto di riordinamento: qual è il vero effetto redistributivo dell'IRPEF? *Politica Economica*, anno XI, n. 2, pp. 243 - 263.
- Moyes, P. (1987), A new concept of Lorenz domination. *Economics Letters*, 23, pp.203-207.
- Musgrave, R. A. (1959), *The Theory of Public Finance*. New York: McGraw-Hill.
- Plotnick, R. (1981), A measure of horizontal inequity. *Review of Economics and Statistics*, vol. 63, pp. 283 – 288.
- Pechman, J. A. e B. Okner (1974), *Who Bears The Tax Burden?* Washington, DC: Brookings Institution.
- Reynolds, M. e E. Smolensky (1977). *Public Expenditures, Taxes and the Distribution of Income: the United States, 1950, 1961, 1970*. New York: Academic Press.
- Russo, F. (2005), Vertical equity and welfare: which effective redistribution? An application to Italian data. In *Politiche Pubbliche, Sviluppo e Crescita* (a cura di Bosco B. e G. Pisauro), Sezione Studi, Milano: FrancoAngeli, 2005.
- Shorrocks, A. F. (1983), Ranking income distributions. *Economica*, vol. 50, pp. 3 – 17.
- Shorrocks, A. F. (1995), Inequality and welfare evaluation of heterogenous income distributions. *Discussion Paper*, n. 447, University of Essex; in *Journal of Economic Inequality*, vol. 2, pp. 193-218, 2004.

APPENDICE A

FIGURA 1(c)



APPENDICE B

Si propone una applicazione della procedura Ebert-Moyes con due distribuzioni di differente dimensione n .

TABELLA 3

h	x	p_h^x	z	p_h^z
1	10000	1	8000	1
2	20000	2	12000	2
3	30000	3,5	20000	4
4	50000	1,5	30000	2,5
5			40000	1,5
6			50000	6

$$(\mathbf{x} | \mathbf{p}^x) = (10000, 20000, 30000, 50000 | 1, 2, 3,5, 1,5) \text{ e}$$

$$(\mathbf{z} | \mathbf{p}^z) = (8000, 12000, 20000, 30000, 40000, 50000 | 1, 2, 4, 2,5, 1,5, 6).$$

I vettori dei pesi, normalizzati in maniera tale da avere somma pari a 1 e cumulati, per \mathbf{p}^x e \mathbf{p}^z sono pari, rispettivamente, a $(0,125, 0,375, 0,8125, 1)$ e $(1/17, 3/17, 7/17, 9,5/17, 11/17, 1)$.

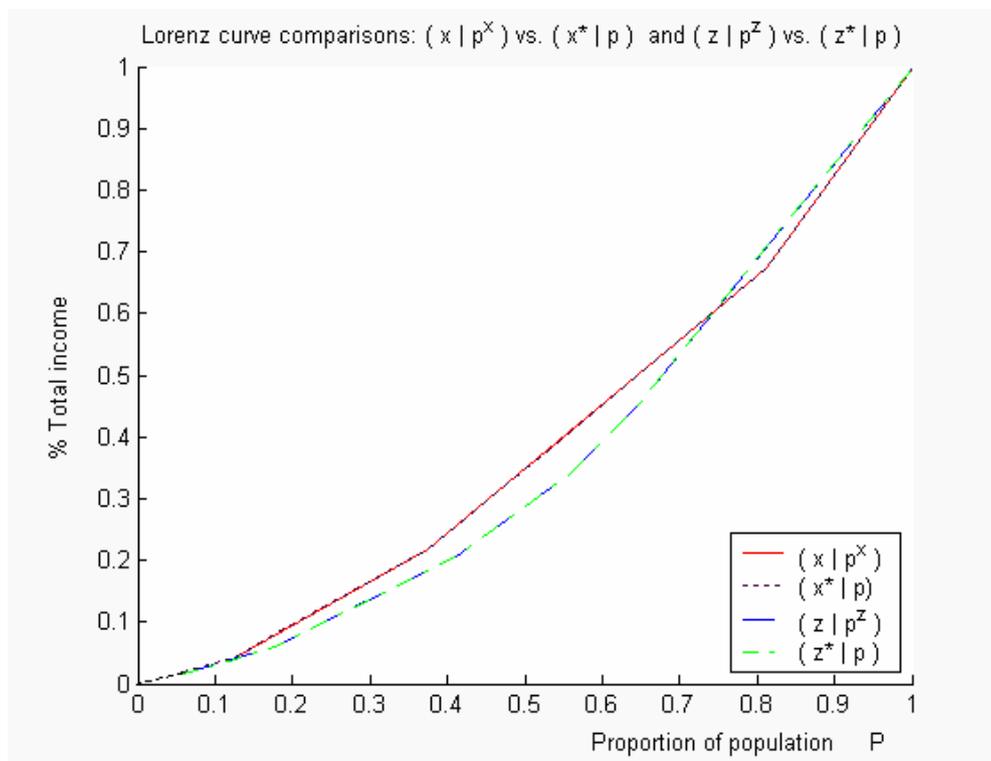
La procedura implica che (con pesi p_q già normalizzati in maniera da avere somma pari a 1 e cumulati):

$$(\mathbf{x}^* | \mathbf{p}) = (10000, 10000, 20000, 20000, 30000, 30000, 30000, 30000, 50000 | 1/17, 0,125, 3/17, 0,375, 7/17, 9,5/17, 11/17, 0,8125, 1) \text{ e}$$

$$(\mathbf{z}^* | \mathbf{p}) = (8000, 12000, 12000, 20000, 20000, 30000, 40000, 50000, 50000 | 1/17, 0,125, 3/17, 0,375, 7/17, 9,5/17, 11/17, 0,8125, 1).$$

La Figura 1(d) riporta i risultati delle comparazioni tra, rispettivamente, $(\mathbf{x} | \mathbf{p}^x)$ vs. $(\mathbf{x}^* | \mathbf{p})$ e $(\mathbf{z} | \mathbf{p}^z)$ vs. $(\mathbf{z}^* | \mathbf{p})$.

FIGURA 1(d)



APPENDICE C

Il complessivo progetto di riforma fiscale noto come Riforma Visco, è stato contraddistinto, per sommi capi, dalla modifica dell'IRPEF, l'istituzione dell'imposta regionale sulle attività produttive (IRAP), il riordino della tassazione locale e una revisione delle imposte sul reddito di impresa. Una caratteristica essenziale della prima fase della riforma è stata il rispetto della parità di gettito con la situazione preesistente, con conseguente costanza della pressione fiscale complessiva (e a parità di proventi finanziari per i diversi livelli di governo). Passaggio significativo, e centrale, del processo di riforma fiscale avviato dall'Esecutivo è stata la revisione dell'IRPEF, sforzo di adeguamento finalizzato tra l'altro a compensare gli effetti di gettito e redistributivi connessi all'introduzione dell'IRAP e alla soppressione dei contributi sanitari e della cosiddetta tassa della salute. Sono state modificate le aliquote, gli scaglioni e gli importi delle detrazioni dell'IRPEF al fine di promuovere una maggiore equità nel trattamento fiscale delle famiglie, con particolare attenzione per quelle con figli (cfr. la successiva tabella 4 per le modifiche alle aliquote nominali e agli scaglioni). Emerge inoltre come il complessivo esito redistributivo intendesse determinare differenti effetti sulle diverse categorie di contribuenti (dipendente, pensionato e lavoratore autonomo). Le detrazioni per coniuge a carico rimasero invariate e furono modificati gli importi alle detrazioni per lavoro dipendente e per reddito di lavoro autonomo, in modo che, unitariamente con la revisione delle aliquote e degli scaglioni, si evitassero aggravii del carico complessivo, in particolare per i redditi di lavoro dipendente (e di pensione), nonché per quelli da lavoro autonomo e d'impresa. Infine, per ciò che riguarda la disciplina delle detrazioni per carichi di famiglia essa fu lo strumento con cui si intese avviare la riduzione dello svantaggio relativo che il sistema di tassazione allora vigente comportava per le famiglie numerose.

Alla fine del biennio transitorio, la seconda fase della riforma ha visto nella riduzione del prelievo sulle famiglie il suo obiettivo principale. In particolare lo strumento principale utilizzato è ancora la riforma dell'IRPEF (grazie ad una ulteriore rimodulazione delle aliquote, degli scaglioni e delle detrazioni di imposta; a partire dall'anno 2000, la riduzione di un punto percentuale dell'aliquota nazionale del secondo scaglione e una miriade di micro interventi operanti principalmente attraverso le detrazioni d'imposta), al fine di combinare, a parere del legislatore, la riduzione del prelievo sulle famiglie con il rafforzamento delle finalità redistributive dell'imposta personale e quindi a salvaguardia della complessiva efficacia redistributiva dell'IRPEF.

TABELLA 4

Aliquote nominali nazionali e modulazione scaglioni di reddito IRPEF (*)

Scaglioni di reddito *aliquota d'imposta*

1995 IRPEF	%
0 – 3,718.490	10
3,718.490 – 7,436.9793	22
7,436.9793 – 15,493.707	27
15,493.707 – 30,987.414	34
30,987.414 – 77,468.5349	41
77,468.5349 – 154,937.070	46
Più di 154,937.070	51

1998 IRPEF	%
0 – 7,436.9793	18.5
7,436.9793 – 15,493.707	26.5
15,493.707 – 30,987.414	33.5
30,987.414 – 69,721.6814	39.5
Più di 69,721.6814	45.5

2000 IRPEF	%
0 – 10,329.138	18.5
10,329.138 – 15,493.707	25.5
15,493.707 – 30,987.414	33.5
30,987.414 – 69,721.6814	39.5
Più di 69,721.6814	45.5

(*) valori in Euro